

## ตะลุมโจทยคณิตศาสตร์ บทที่ 1 ตรรกศาสตร์

## การเชื่อมประพจน์

1. จงสร้างตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

P	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

2. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ ถ้าให้ A , B เป็นจริง และ C , r , s เป็นเท็จ

1.  $[(A \wedge B) \vee r] \rightarrow (A \vee s)$       2.  $[\sim r \vee (B \wedge C)] \rightarrow [(A \vee s) \vee (A \vee r)]$

3.  $[\sim(A \wedge B)] \vee [s \vee C]$

4.  $[(A \vee B) \vee (r \wedge s)] \leftrightarrow [(B \rightarrow r) \wedge r]$

( 1.T    2.T    3.F    4.F )

3(En 44/2) กำหนดให้ p , q , r เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น จริง เท็จ และ เท็จ ตาม

ลำดับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเหมือนกับประพจน์  $(p \rightarrow \sim q) \vee (r \wedge \sim p)$

1.  $(\sim r \rightarrow p) \wedge (q \vee r)$

2.  $(q \wedge \sim r) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$

3.  $(\sim p \vee r) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

4.  $(p \rightarrow q) \vee (\sim r \leftrightarrow q)$       (ข้อ 3)

4(มข 50) พิจารณาค่าความจริงของประพจน์ 2 ประพจน์ต่อไปนี้

ก.  $(p \vee q) \rightarrow r$

ข.  $p \vee (q \wedge \sim r)$

จำนวนกรณี ที่ค่าความจริงของประพจน์ใน ข้อ ก. และ ข้อ ข. แตกต่างกันเท่ากับข้อใด

1. 1 กรณี

2. 2 กรณี

3. 4 กรณี

4. 6 กรณี

(ข้อ 4)

5(มข 35) จำนวนกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของค่าความจริงของประพจน์  $p$  ,  $q$  และ  $r$  ที่ทำให้ประพจน์  $r \rightarrow (\sim p \wedge q)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ คือ ..... (3)

6(มข 36) กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

ให้  $P$  แทนประโยค “ สำหรับ  $x$  ทุกตัว  $\sqrt{x^2} = x$  ”

$Q$  แทนประโยค “ มีบาง  $x$  ที่  $|x| \leq 0$  ”

จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ก.  $P$

ข.  $P \vee Q$

( ก เท็จ , ข. จริง )

7(มข 40) กำหนดประพจน์ต่อไปนี้

$P$  แทนประพจน์ “ ถ้า  $a > b$  และ  $ab < 0$  แล้ว  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  ”

$q$  แทนประพจน์ “ เซตของจำนวนเต็ม กับการบวกมีเอกลักษณ์ แต่มีสมาชิกบางตัวไม่มีอินเวอร์ส ”

ประพจน์ใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

1.  $p \vee q$

2.  $\sim p \wedge \sim q$

3.  $\sim q \rightarrow p$

4.  $\sim p \leftrightarrow q$  (ข้อ 2)

8(มข 49) ให้  $p$  แทนประพจน์ สำหรับทุกจำนวนนับ  $n$  จะได้  $\frac{\log n}{n}$  เป็นจำนวนจริงบวก

$q$  แทนประพจน์ มี  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้  $\frac{1}{2^{n+1}-1}$  เป็นจำนวนเต็ม

และ  $r$  และ  $s$  เป็นประพจน์ใด ๆ พิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ก. ประพจน์  $p \wedge r \rightarrow s$  มีค่าความจริงเป็น **จริง**

ข. ประพจน์  $s \vee (\sim s) \rightarrow q$  มีค่าความจริงเป็น **เท็จ**

ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

(ข้อ 2)

9(มข 38) ให้  $p$  ,  $q$  และ  $r$  เป็นประพจน์ ถ้า  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee r)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

1.  $\sim p \vee q$

2.  $p \rightarrow \sim r$

3.  $p \wedge q$

4.  $q \leftrightarrow \sim r$  (ข้อ 2)

10. ถ้า  $[p \wedge (\sim q \rightarrow r)] \rightarrow (\sim s \vee r)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ  $p$  ,  $q$  ,  $r$  และ  $s$  (T, T, F, T)



16(En 46/1) ให้  $p$ ,  $q$  และ  $r$  เป็นประพจน์ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า  $[(p \wedge \sim r) \wedge q] \rightarrow \sim(p \wedge q)$  เป็นเท็จ แล้ว  $(p \vee q) \rightarrow r$  เป็นจริง

ข. ถ้า  $q \vee \sim r$  เป็นเท็จแล้ว  $[p \vee (q \rightarrow r)] \rightarrow \sim q$  เป็นเท็จ

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก ถูก และ ข ถูก

2. ก ถูก และ ข ผิด

3. ก ผิด และ ข ถูก

4. ก ผิด และ ข ผิด

(ข้อ 4)

### สมมูล

17. จงพิสูจน์ว่า ประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกัน

$$1. \quad P \rightarrow \sim Q \equiv \sim Q \vee \sim P$$

$$2. \quad \sim(R \rightarrow \sim S) \equiv R \wedge S$$

$$3. \quad \sim(\sim X \rightarrow Y) \equiv \sim Y \wedge \sim X$$

$$4. \quad (P \wedge Q) \rightarrow R \equiv (\sim P \vee \sim Q) \vee R$$

$$5. \quad (P \vee Q) \rightarrow (X \wedge Y) \equiv (\sim P \wedge \sim Q) \vee (X \wedge Y)$$

18(En 35) ประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์  $p \leftrightarrow q$  คือ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad (p \rightarrow q) \wedge (q \wedge \sim p)$$

$$2. \quad (\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \vee p)$$

$$3. \quad (p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$4. \quad (p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q) \quad (2.)$$

19(En 40) ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นประพจน์แล้ว ประพจน์  $p \rightarrow \sim(q \rightarrow p)$  สมมูลกับ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad \sim p \vee (\sim p \wedge q)$$

$$2. \quad \sim p \vee (p \vee q)$$

$$3. \quad p \rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$4. \quad p \rightarrow \sim(p \wedge q) \quad (1.)$$

20(En 37) ประพจน์ใดต่อไปนี้สมมูลกับประพจน์  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

$$1. \quad (p \wedge q) \vee \sim r$$

$$2. \quad (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$3. \quad \sim(p \vee q) \vee r$$

$$4. \quad \sim(p \vee q) \rightarrow r \quad (3.)$$

21(En 41/2) ประพจน์  $\sim p \rightarrow (q \rightarrow (r \vee p))$  สมมูลกับ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad (\sim p) \vee q \vee r$$

$$2. \quad p \vee (\sim q) \vee r$$

$$3. \quad p \vee q \vee (\sim r)$$

$$4. \quad p \vee (\sim q) \vee (\sim r) \quad (2.)$$

22(A-NET 49) ให้  $p, q, r$  เป็นประพจน์

ถ้าประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$  มีค่าความจริงเป็นจริง

และ  $p \vee (q \wedge r)$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

1.  $\sim q \vee (p \rightarrow r)$
2.  $\sim p \rightarrow (\sim p \vee q)$
3.  $(p \vee r) \rightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$
4.  $[(\sim q) \vee (\sim r)] \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$  (ข้อ 4)

23(มข 45) ข้อใดไม่สมมูลกับ ประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$

1.  $(\sim q \wedge \sim r) \rightarrow \sim p$
2.  $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$
3.  $(p \wedge \sim r) \rightarrow q$
4.  $\sim p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)$  (ข้อ 4)

24(มข 39) จงหาข้อความที่ไม่สมมูลกับข้อความ “ถ้า  $p \mid ab$  แล้ว  $p \mid a$  หรือ  $p \mid b$ ” (ข้อ 3)

1. ถ้า  $p \mid ab$  และ  $p \nmid a$  แล้ว  $p \mid b$
2. ถ้า  $p \mid ab$  และ  $p \nmid b$  แล้ว  $p \mid a$
3. ถ้า  $p \nmid ab$  แล้ว  $p \nmid a$  และ  $p \nmid b$
4. ถ้า  $p \nmid a$  และ  $p \nmid b$  แล้ว  $p \nmid ab$

25(มข 37) ข้อความ

“ ถ้า  $x$  เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน  $f$  แล้ว  $f'(x) = 0$  หรือ  $f'(x)$  หาค่าไม่ได้ ”

ไม่สมมูล กับข้อใด

1. ถ้า  $f'(x)$  หาค่าได้ และ  $f'(x) \neq 0$  แล้ว  $x$  ไม่เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน  $f$
2. ถ้า  $f'(x)$  หาค่าได้ หรือ  $f'(x) \neq 0$  แล้ว  $x$  ไม่เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน  $f$
3. ถ้า  $x$  เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน  $f$  และ  $f'(x)$  หาค่าได้แล้ว  $f'(x) = 0$
4. ถ้า  $x$  เป็นค่าวิกฤตของฟังก์ชัน  $f$  และ  $f'(x) \neq 0$  แล้ว  $f'(x)$  หาค่าไม่ได้ (ข้อ 2)

### สังจนิรันดร์

26. จงหาว่าประพจน์ต่อไปนี้เป็นสังจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q) \quad (\text{เป็น})$$

27. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสังจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \quad (\text{เป็น})$$

28. จงหาว่าประพจน์ต่อไปนี้เป็นสังจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q) \quad (\text{เป็น})$$

29(มข 41) ประพจน์ใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี (ข้อ 2)

1.  $(p \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
2.  $[[ (p \wedge q) \rightarrow r ] \wedge q] \rightarrow (p \rightarrow r)$
3.  $[p \wedge (q \vee \sim p)] \wedge [(\sim p) \vee (\sim q)]$
4.  $[p \rightarrow (q \wedge r)] \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$

30. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$  (เป็น)

31. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่  $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$  (เป็น)

32(มข 40) ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์

1.  $[p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \leftrightarrow [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r]$
2.  $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow r]$
3.  $[(p \vee q) \rightarrow r] \leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$
4.  $[(p \vee q) \wedge r] \leftrightarrow [(p \wedge r) \vee (q \wedge r)]$  (ข้อ 2)

33(มข 43) ข้อใดถูก (ข้อ 3)

1.  $p \rightarrow q$  สมมูลกับ  $\sim p \rightarrow \sim q$
2. นิเสธของ  $(p \wedge q) \rightarrow r$  คือ  $(\sim p \vee \sim q) \wedge \sim r$
3.  $[(p \vee q) \wedge \sim p] \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$  เป็นสัจนิรันดร์
4. ถ้า  $p \vee q$  มีค่าความจริงเป็นจริง และ  $(s \wedge r) \rightarrow q$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว ประพจน์  $p, q, s$  และ  $r$  มีค่าความจริงเป็น จริง จริง เท็จ และจริง ตามลำดับ

### การอ้างเหตุผล

34(En 42/2) พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- |  |   |
|--|---|
| <p>ก. เหตุ 1. <math>p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)</math></p> <p style="padding-left: 40px;">2. <math>q</math></p> <p style="padding-left: 40px;">3. <math>r</math></p> <p>ผล <math>p</math></p> | <p>ข. เหตุ 1. <math>(p \wedge q) \rightarrow r</math></p> <p style="padding-left: 40px;">2. <math>\sim (r \vee s)</math></p> <p style="padding-left: 40px;">3. <math>p</math></p> <p>ผล <math>\sim q</math></p> |
|--|---|

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อถูก

1. ก. และ ข. สมเหตุสมผล
2. ก. สมเหตุสมผล ข. ไม่สมเหตุสมผล
3. ก. ไม่สมเหตุสมผล ข. สมเหตุสมผล
4. ก. และ ข. ไม่สมเหตุสมผล (ข้อ 3)

35(En 46/2) พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก. เหตุ

1.  $p \wedge q$
2.  $(q \vee r) \rightarrow (s \wedge p)$
3.  $p \rightarrow \sim r$

ผล  $s \wedge \sim r$

ข. เหตุ

1.  $P(x) \rightarrow \sim Q(x)$
2.  $Q(x) \vee R(x)$

ผล  $P(x) \rightarrow R(x)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก และ ข สมเหตุสมผลทั้งคู่
2. ก สมเหตุสมผล แต่ ข ไม่สมเหตุสมผล
3. ก ไม่สมเหตุสมผล แต่ ข สมเหตุสมผล
4. ก และ ข ไม่สมเหตุสมผลทั้งคู่ (ข้อ 1)

36. จงหาว่าข้อสรุปในแต่ละข้อต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

- (1) เหตุ 1. 7 เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ 6 เป็นจำนวนเฉพาะ
2. 7 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ผล 6 ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ (ไม่สมเหตุสมผล)

- (2) เหตุ 1. ถ้า ก สร้างบ้านหลังใหม่เสร็จ แล้ว ครอบครัวของ ก จะย้ายมาอยู่ด้วย
2. ถ้าครอบครัวของ ก. ย้ายมาอยู่ด้วย แล้ว ก จะได้ดูแลพ่อแม่ที่ชราแล้ว

ผล ถ้า ก สร้างบ้านหลังใหม่เสร็จ ก จะได้ดูแลพ่อแม่ที่ชราแล้ว (สมเหตุสมผล)

37(En 46/1) กำหนดให้  $p$ ,  $q$ ,  $r$  และ  $s$  เป็นประพจน์ในการอ้างเหตุผล

- ถ้า “เหตุ” คือ
1.  $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
  2.  $r \rightarrow \sim s$

แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ เป็น “ผล” ที่ทำให้การอ้างเหตุผลมีความสมเหตุสมผล

1.  $p$
2.  $q$
3.  $\sim p \wedge \sim q$
4.  $\sim p \wedge q$  (ข้อ 3)

### ประโยชน์เปิด

38(En 44/1) เอกภพสัมพัทธ์ในข้อใดที่ทำให้ข้อความ

$$(\forall x [x^2 \leq 2x + 3]) \wedge (\exists y [y^2 - 4 > 0])$$

มีค่าความจริงเป็นจริง

1.  $[-3, 0]$
2.  $[-1.5, 1.5]$
3.  $[-1, 2]$
4.  $[-0.5, 2.5]$  (ข้อ 4)

39(A-NET 49) กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือ  $U = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$

ข้อใดต่อไปนี้มีความจริงเป็นเท็จ

1.  $\exists x \forall y [x + y < y]$
2.  $\exists x \forall y [x - y^2 < x]$
3.  $\exists x \forall y [xy^2 = x]$
4.  $\exists x \forall y [x^2y = y]$  (ข้อ 3)

40(มข 42) กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริงบวก

นิเสธของ  $\forall z \exists m \forall x [(x > m) \rightarrow (\frac{1}{x} < z)]$  คือประพจน์ใด

1.  $\forall z \exists m \forall x [(x \leq m) \vee (\frac{1}{x} < z)]$
2.  $\exists z \forall m \exists x [(x > m) \wedge (\frac{1}{x} \geq z)]$
3.  $\forall z \exists m \forall x [(x \leq m) \rightarrow (\frac{1}{x} \geq z)]$
4.  $\exists z \forall m \exists x [(x > m) \rightarrow (\frac{1}{x} < z)]$  (ข้อ 2)

41(มข 48) นิเสธของประโยคสัญลักษณ์  $\exists x \forall y [ |x| < |y| \rightarrow x + y > 0 ]$  คือข้อใด

1.  $\forall x \exists y [x + y \leq 0 \rightarrow |x| \geq |y|]$
2.  $\forall x \exists y [ |x| \geq |y| \rightarrow x + y \leq 0 ]$
3.  $\forall x \exists y [ |x| < |y| \wedge x + y \leq 0 ]$
4.  $\forall x \exists y [ |x| \geq |y| \wedge x + y > 0 ]$  (ข้อ 3)

42(มข 37) นิเสธของข้อความ

“ สำหรับจำนวนจริง  $x$  ที่มากกว่าศูนย์ทุกตัว จะมีจำนวนเต็มบวก  $n$  บางตัวซึ่ง  $\frac{1}{n} < x$  ”

คือข้อใด

(ข้อ 2)

1. มีจำนวนจริง  $x$  ที่มากกว่าศูนย์บางตัว สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ทุกตัว  $\frac{1}{n} < x$
2. มีจำนวนจริง  $x$  ที่มากกว่าศูนย์บางตัว สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ทุกตัว  $\frac{1}{n} \geq x$
3. มีจำนวนจริง  $x$  ที่ไม่มากกว่าศูนย์บางตัว สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ทุกตัว  $\frac{1}{n} < x$
4. มีจำนวนจริง  $x$  ที่ไม่มากกว่าศูนย์บางตัว สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  ทุกตัว  $\frac{1}{n} \geq x$

43(มข 47) พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าให้ประพจน์  $p$  เป็นจริง  $q$  เป็นเท็จ แล้ว

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow \sim p \quad \text{มีค่าความจริงเป็นจริง}$$

ข. นิเสธของประพจน์  $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \exists x [R(x)]$  คือ

$$\exists x [\sim P(x) \rightarrow \sim Q(x)] \vee \forall x [\sim R(x)]$$

