

ตะลุยโจทย์คณิต บทที่ 4 เมตริกซ์
การบวก ลบ และ คูณเมตริกซ์

1(มข 44) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ x & 5 \end{bmatrix}$ และ $A^2 - 7A = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{bmatrix}$ แล้วค่าของ x เท่ากับข้อใด

1. 3 2. 1 3. -1 4. -3 (ข้อ 1)

2(มข 35) ให้ $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [0 \ 4 \ 3]$ และ $C = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -3 \\ 0 & 2S & 15 \end{bmatrix}$

ถ้า $AB - C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ แล้ว $S = \dots\dots\dots$ (10)

3(มข 35) จากการแก้ระบบสมการ $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b^3 \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ จะได้ $b = \dots\dots\dots$ ($-\frac{1}{2}$)

4(มข 41) กำหนด $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2^x \\ 2 \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 24 \\ -10 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\frac{x+2}{z}$ (10)

เมตริกซ์ 2x2

5(มข 35) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ และ $S = 3A + B$

จะได้ $S^{-1} = \dots\dots\dots$ เมื่อ S^{-1} คือ อินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์ S $\left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \right)$

6(En 41) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $2A^{-1}B^t$ คือเมตริกซ์ในข้อใด

ต่อไปนี้เป็น

1. $\begin{bmatrix} 2 & -10 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} -2 & 10 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ (ข้อ 1)

7(มข 36) กำหนด $A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ จงหา $A + A^t$ (2 cos θ . I)

8. ให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาว่า $(A^{-1}B)^{-1}$ ตรงกับข้อใด (ข้อ 2)

1. $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$ 2. $\begin{bmatrix} 11 & -3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$ 3. $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -5 & 12 \end{bmatrix}$ 4. $\begin{bmatrix} 11 & -3 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

9(มข 40) กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ และ $C = AB^{-1} + B^t$ จงหาค่า k ที่ทำให้

$$\det(C) = 10 \quad (3)$$

10(มข 49) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ถ้า $A^2 + aA - 2I = 0$ เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

ลักษณะ แล้ว $|a|$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6 (ข้อ 3)

11. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\det(2A^{-1}B^2)^t$

1. -58 2. -49 3. -30 4. -24 (ข้อ 2)

12(มข 36) กำหนด $AB = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 12 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A)$ (5)

13. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $A^2 = B^{-1}A$ ค่าของ $\det(2B)$ ตรงกับข้อใด

1. $\frac{1}{2}$ 2. 1 3. $\frac{3}{2}$ 4. 2 (ข้อ 4)

14(มข 35) ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ และ $AA^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

จงแสดงว่า $\det(A) = \pm 1$

15(En 41) ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 30 & 18 \\ 12 & 8 \end{bmatrix}$ และ B เป็นเมตริกซ์ซึ่งทำให้ $AB = C$

แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $\det(B^{-1}) = 12$
2. $\det(B^{-1}A^{-1}) = 24$
3. $\det(2B^t) = 24$
4. $\det(A^2B) = 48$ (ข้อ 4)

16(มข 45) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} k & -2 \\ 1 & k \end{bmatrix}$ ถ้า k เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

$\det(A^2) - \det(A^t) - \det(2I) = k^4 + 19$ เมื่อ I คือเมตริกซ์มิติ 2×2 ที่เป็นเอกลักษณ์การคูณ

แล้วเซตของ k เท่ากับข้อใด

1. \emptyset
2. $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
3. $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$
4. $\{-\sqrt{\frac{19}{3}}, \sqrt{\frac{19}{3}}\}$ (ข้อ 3)

17(มข 49) ให้ A และ B เป็นเมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติเดียวกัน ซึ่ง $\det(B) > 0$, $\det(A) = -2$,

$\det(B^t A^{-1} B) = -4$ และ $\det(B^{-1}(B^t + A^t)A) = -3\sqrt{2}$ แล้ว $\det(A+B)$ มีค่าเท่ากับ

1. $\sqrt{2} - 2$
2. $2\sqrt{2} - 2$
3. 4
4. 6 (ข้อ 4)

18(มข 37) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. ถ้า $X - A = B$ แล้ว $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$
2. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$
3. $(AB)^t = B^t A^t$
4. $\det(A+B^t) = -4$ (ข้อ 4)

เมตริกซ์ $n \times n$

19. จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ -3 & 15 & 0 \end{bmatrix}$ (-39)

20. จงหา $\det(A)$ เมื่อกำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ (-54)

21. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 7 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $C_{13}(A)$ และ $C_{23}(A)$ (-4, 6)

22(En 40) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} x & y & 4 \\ -3 & 8 & 0 \\ x & -y & -1 \end{bmatrix}$ โดยที่โคแฟกเตอร์ของ $a_{21} = -6$ และ

โคแฟกเตอร์ของ $a_{23} = 4$ แล้วโคแฟกเตอร์ของ a_{33} มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -14 2. -13 3. 13 4. 14 (ข้อ 4)

23(มข 46) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & c \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $\det(A^t) = 3$ จงหาค่าของ $\det(cA^3)$ (216)

24. จงหาค่าต่อไปนี้

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ 2. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$ 3. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ (0, 0, 0)

25. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A)$ (0)

26. ถ้า $A = \begin{bmatrix} \sin^2 A & 1 & \cos^2 A \\ \sin^2 B & 1 & \cos^2 B \\ \sin^2 C & 1 & \cos^2 C \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ $\det(A^2)$

1. 0 2. 1 3. 4 4. $(\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C)^2$ (ข้อ 1)

27(มข 39) ให้ $A = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ เป็น 3×1 เมตริกซ์ โดยที่ x, y, z เป็นจำนวนจริงบวก และ

$B = [1 \ 2 \ 3]$ เป็น 1×3 เมตริกซ์ จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ผลคูณ AB

1. 0 2. 6 3. $6xyz$ 4. $x + 2y + 3z$ (ข้อ 1)

28(มข 37) กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ s & t & u \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -p & -q & -r \\ -3x & -3y & -3z \\ 2s & 2t & 2u \end{bmatrix}$

และ $\det(A) = 2$ จงหา $\det(2B^{-1})$ $(-\frac{2}{3})$

29(มข 38) กำหนดให้ A เป็นเมตริกซ์ขนาด 3×3 และ $\det(A) = -2$ จงหา $\det(\text{adj } A)$ (4)

30(มข 50) ถ้า $A = \begin{bmatrix} o & a & b \\ a & o & c \\ b & c & o \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(\text{adj } A)$ เท่ากับข้อใด

1. $2abc$ 2. $4a^2b^2c^2$ 3. $8a^3b^3c^3$ 4. $16a^4b^4c^4$ (ข้อ 2)

31(มข 44) ถ้า A เป็นเมตริกซ์มิติ 4×4 และ $\det(2A) = 64$ แล้ว ข้อใดผิด

1. $\det(-A) = 4$ 2. $\det(AA^t) = 16$
3. $\det(2A^{-1}) = 64$ 4. $\det(\text{adj } A) = 6$ (ข้อ 3)

32(มข 39) ให้ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์มิติ 2×2 และ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ถ้าเปลี่ยนเมตริกซ์ใน

รูป $[A \mid I]$ โดยใช้การดำเนินการตามแถวได้เมตริกซ์ในรูป $\begin{bmatrix} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \end{bmatrix}$ แล้ว จง

หาค่าของ d (0.25)

การแก้สมการโดยใช้เมตริกซ์

33. จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

$$(x = 3, y = -2, z = 4)$$

$$3x + y - z = 3$$

$$2x - y + 3z = 20$$

$$7x + y + z = 23$$

34(มข 50) กำหนดระบบสมการ $x + y + z = 2$

$$x + 2y + z = 3$$

$$x + y + (k^2 - 3)z = k$$

จงหาจำนวนจริง k ที่ทำให้ระบบสมการที่กำหนดให้ไม่มีคำตอบ (2)

35(มข 48) กำหนดระบบสมการเชิงเส้น

$$2x + 10y + 21z = 1$$

$$2y + 7z = -3$$

$$y + cz = -3$$

จงหาว่ามีจำนวนเต็ม c ที่จำนวน c ที่ทำให้ระบบสมการนี้สามารถหาคำตอบได้โดยใช้กฎของคราเมอร์และคำตอบนี้มีค่า z เป็นจำนวนเต็ม (4)

