

ตะลุยโจทย์คณิต บทที่ 9 เวกเตอร์

ระบบพิกัดฉาก

1. จงวาดรูปคร่าวๆ ของเวกเตอร์ต่อไปนี้

1. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$

2(มข 36) จงหาเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ (0, 0) มีความยาว 4 หน่วย และทำมุม -30° กับแกน x

$(2\sqrt{3} \bar{i} - 2 \bar{j})$

3. ให้ P มีพิกัดเป็น (3, 4, -4) และ Q มีพิกัดเป็น (5, 0, 7) จงหาค่า \overline{PQ}

$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 11 \end{bmatrix}$

4. กำหนดให้ $\bar{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\bar{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ จงหา $\bar{a} + 2\bar{b}$

$\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix}$

5(มข 33) ถ้า A(4, -1), B(m, m) และ C(1, 2) เป็นจุด 3 จุด ในระบบแกนมุมฉาก และ

$\overline{AB} = a\overline{AC}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a \neq 0$ แล้ว $m = \dots\dots\dots$ (3/2)

6(มข 35) ให้ ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ถ้า $\overline{AC} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ และ $\overline{DB} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ แล้ว \overline{AB}

เท่ากับ $\dots\dots\dots$ $(2\bar{i} + \bar{j})$

7. กำหนด $(b\bar{i} + 4\bar{j}) + (5\bar{i} + 6\bar{j}) = a(4\bar{i} + 5\bar{j})$ ดังนั้น a และ b มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $a = 2, b = 3$

2. $a = 3, b = 2$

3. $a = 3, b = 5$

4. $a = 5, b = 3$

(ข้อ 1)

8(มข 43) ถ้า $\bar{e} = a\bar{i} + b\bar{j}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งทำมุม 120° กับแกน X ทาง

บวกแล้ว $|b|$ มีค่าเท่ากับค่าในข้อใด

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

3. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. $\frac{1}{2}$

(ข้อ 1)

9(มข 48) กำหนดเวกเตอร์ $\vec{u} = k\vec{i} + \vec{j}$ และ $\vec{v} = -\vec{j}$ เมื่อ $k \in \mathbb{R}$ ถ้าเวกเตอร์

$\vec{u} - 2\vec{v}$ ทำมุม 120° กับแกน x แล้ว $|k|$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\sqrt{3}$ 2. 3 3. $3\sqrt{3}$ 4. 9 (ข้อ 1)

ขนาดของเวกเตอร์

10. ถ้า $\vec{u} = a\vec{i} + 12\vec{j}$ ถ้า $|\vec{u}| = 13$ จงหา a (±5)

11. ถ้าเวกเตอร์ \vec{AB} มีจุดเริ่มต้นที่ A(-2, 1) และมีจุดสิ้นสุดที่ B(1, 2) แล้วเวกเตอร์ซึ่ง
ยาว $\sqrt{40}$ หน่วย และมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ \vec{AB} คือ $\left(\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix}\right)$

12(มข 35) จงหาเวกเตอร์ที่มีขนาด 4 หน่วย และขนานกับผลบวกของเวกเตอร์

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} \text{ และ } \vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2\sqrt{3} \end{bmatrix} \right)$$

13(มข 41) กำหนด $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$ จงหาเวกเตอร์หน่วยที่มีทิศทาง
ตรงข้ามกับเวกเตอร์ $3\vec{u} - \vec{v}$ $\left(\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}\right)$

ผลคูณเชิงสเกลลาร์และเชิงเวกเตอร์

14(En 36) กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{w} = -11$, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 8$

แล้ว $|\vec{w} - \vec{v}|$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\sqrt{2}$ 2. $\sqrt{3}$ 3. $\sqrt{5}$ 4. $\sqrt{7}$ (ข้อ 1)

15. กำหนดให้ \vec{u} เป็นเวกเตอร์ที่มีความยาว 12 หน่วย และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ซึ่งยาวหนึ่ง
หน่วย และ \vec{v} ทำมุม 60° กับ \vec{u} จงหา $\vec{u} \cdot \vec{v}$ (6)

16. กำหนดให้ A(2, -1), B(-2, 2) เป็นจุด 2 จุด และ C เป็นอีกจุดหนึ่งที่ทำให้เวกเตอร์
หนึ่งหน่วย \vec{AC} ทำมุม 60° กับ \vec{AB} จงหา $(\vec{AB}) \cdot (\vec{AC})$ $\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$

17(มข 40) กำหนด $A(-3, 1)$, $B(1, 1)$ และ $C(0, \sqrt{3}+1)$ เป็นจุดบนวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง และ \overline{AB} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง จงหาขนาดของมุม $\angle COB$ (60°)

18(มข 37) กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ และ $\vec{w} = -8\vec{i} + 7\vec{j}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นคำตอบ

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

2. $|\vec{u} + \vec{v}| = 34$

3. \vec{u} ขนานกับ $\vec{v} + \vec{w}$

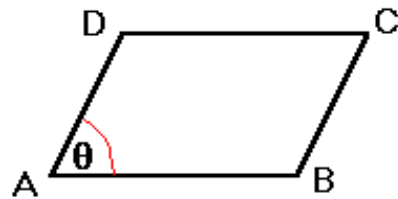
4. ถ้า θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{u} กับ \vec{v} แล้ว $\cos \theta = \frac{2}{5\sqrt{5}}$ (ข้อ 2)

19(มข 45) กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

มีมุม $\angle BAD = \theta$ (ดังรูป) ถ้า $\overline{AB} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$

และ $\overline{AC} = 10\vec{i} - \vec{j}$ จงหาค่าของ

$\sin \theta - \cos \theta$ (0.2)



20(มข 36) กำหนดให้ O เป็นจุดกำเนิดในระบบแกนมุมฉาก $\overline{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\overline{OB} = 8\vec{i}$ ถ้า $\overline{OC} = x\vec{i} + 3\vec{j}$ เป็นเวกเตอร์ที่แบ่งครึ่งมุม $\angle AOB$ แล้ว จงหาค่า x (6)

21(มข 40) กำหนด $\vec{u} = \vec{i} + 5\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ จำนวนจริง c ที่ทำให้ \vec{u} ตั้งฉากกับ $\vec{u} + c\vec{v}$ คือข้อใด

1. -2

2. $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{2}$

4. 2 (ข้อ 1)

22(มข 50) กำหนดจุด $P(0, -1, 3)$ จุด $Q(a, 1, 0)$ และจุด $R(a, -3, a+3)$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้าเวกเตอร์ \overline{PQ} ตั้งฉากกับเวกเตอร์ \overline{PR} แล้ว จงหาค่าของ a ที่มากที่สุด (4)

23(มข 37) กำหนด $\vec{A} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ จงหาเวกเตอร์หน่วยที่ตั้งฉากกับ \vec{A} ($\pm \frac{1}{5}(4\vec{i} + 3\vec{j})$)

24(มข 46) กำหนดจุด $A(1, 2)$, $B(2, 5)$, $C(3, 3)$ และ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ (เมื่อ $x > 0$) เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับ \overline{AB} โดยที่ $|\vec{u}| = 3\sqrt{10}$ ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง \vec{u} และ \overline{BC} แล้ว $\sec \theta$ เท่ากับข้อใด

1. $-\sqrt{2}$

2. $\sqrt{2}$

3. -2

4. 2 (ข้อ 2)

25(มข 39) กำหนดให้ \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ ถ้า $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=3$ และ $|\vec{u} + \vec{v}|=\sqrt{7}$
จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v} (120°)

26(มข 41) กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{u} = k\vec{i} + 4\vec{j}$ มีขนาด 5 หน่วย จงหาจำนวนจริง k ที่ทำให้
เวกเตอร์ \vec{u} ทำมุมแหลมกับเวกเตอร์ $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$ (3)

27. จงหา $\vec{u} \times \vec{v}$ เมื่อกำหนด

$$1) \vec{u} = -\vec{i} + 3\vec{k}, \quad \vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} \quad (-9\vec{i} + 7\vec{j} - 3\vec{k})$$

28(มข 44) จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีเวกเตอร์ $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j}$ เวกเตอร์ $\vec{B} = 3\vec{i} - \vec{j}$
เป็นด้านประกอบ (7 ตารางหน่วย)

29(มข 50) กำหนดหมอนสามเหลี่ยมดังรูป

$$\text{ถ้า } \vec{AB} = -4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \text{ และ}$$

$$\vec{AC} = -2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} \text{ แล้ว}$$

ปริมาตรของหมอนสามเหลี่ยมเท่ากับข้อใด

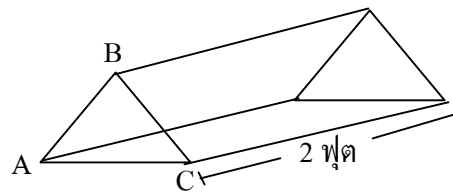
1. 7.5 ลูกบาศก์ฟุต

2. 15 ลูกบาศก์ฟุต

3. 22.5 ลูกบาศก์ฟุต

4. 30 ลูกบาศก์ฟุต

(ข้อ 2)



30(มข 49) ให้ $\vec{AB} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ และ $\vec{BC} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ เป็นด้านของสามเหลี่ยม
ABC และ $\vec{u} = 2\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} + \vec{k}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. โคไซน์ของมุม BAC เท่ากับ $\frac{14}{15}$

ข. พื้นที่สามเหลี่ยม ABC เท่ากับขนาดของเวกเตอร์ \vec{u}

ข้อใดถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

(ข้อ 1)

