

ตะลุยโจทย์คณิต บทที่ 17 แคลคูลัสเบื้องต้น ชุด 1

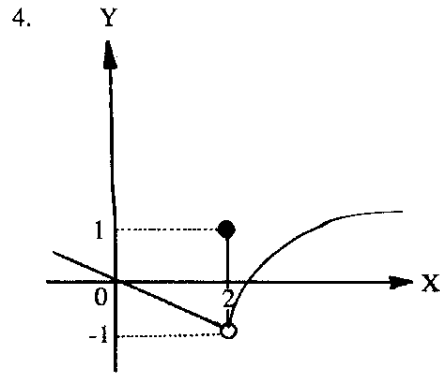
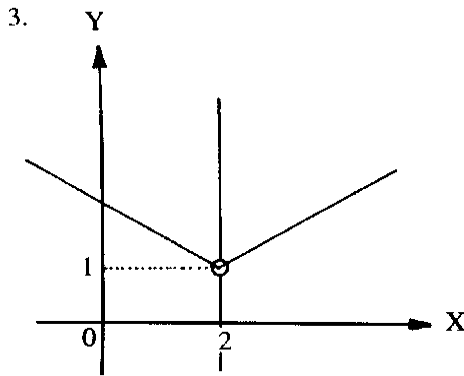
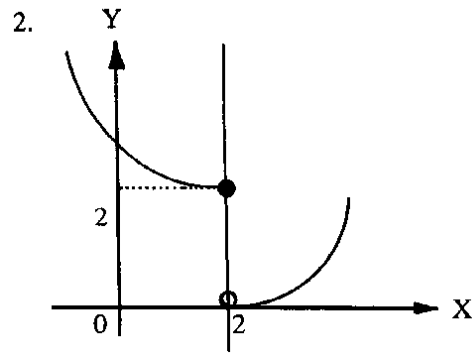
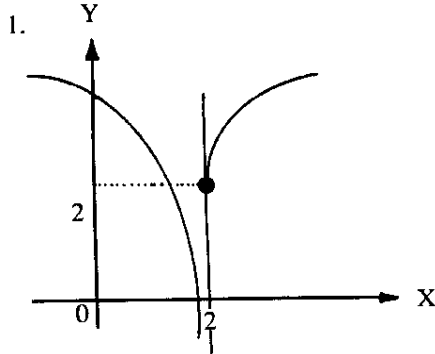
ลิมิต

1(มข 39) กราฟของฟังก์ชัน f ในข้อใดมีคุณสมบัติทั้ง 3 ข้อ ดังนี้ (ข้อ 4)

1. $f(2)$ หาค่าได้

2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ หาค่าได้

3. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$



2(En 44/1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (0.5)

3(มข 41) จงหา $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3-1}{x}$ (3/2)

4(มข 39) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-2x^2-x+2}{1-(3-x)^4}$ (0.75)

5(En 46/1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left[\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)} \right]$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. $\frac{1}{4}$

3. $\frac{1}{2}$

4. 1

(ข้อ 3)

6(En 46/2) กำหนดให้ $f(x) = |x^2 + 4x|$ และ $g(x) = |x^2 - 16|$

ถ้า a, b เป็นคำตอบทั้งสองของสมการ $f(x) = g(x)$ แล้ว

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} + \lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. $\frac{3}{2}$

2. $\frac{5}{6}$

3. $\frac{1}{2}$

4. $\frac{1}{3}$ (ข้อ 1)

ความต่อเนื่อง

7(มข 42) กำหนด $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & \text{เมื่อ } x \neq \pm 1 \\ \frac{1}{2} & \text{เมื่อ } x = \pm 1 \end{cases}$ จงพิจารณาว่าแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดถูก

1. f เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีลิมิตที่ 1

2. f เป็นฟังก์ชันที่มีลิมิตที่ -1

3. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$

4. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -1$

(ข้อ 3)

8(มข 43) กำหนด $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{x-2\sqrt{x}+1} & \text{เมื่อ } x > 0, x \neq 1 \\ k & \text{เมื่อ } x = 1 \end{cases}$

จำนวนจริง k ในข้อใด ที่ทำให้ f ต่อเนื่องที่ $x = 1$

1. 0

2. 1

3. 2

4. 4 (ข้อ 4)

9(En 46/1) กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x = 4$ และ

$$g(x) = \begin{cases} f(x) \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right) & \text{เมื่อ } x \neq 4 \\ 4 - kx^2 & \text{เมื่อ } x = 4 \end{cases}$$

โดยที่ k เป็นค่าคงตัว ถ้ากราฟของ f ตัดเส้นตรง $y = x + 1$ ที่จุดซึ่ง $x = 4$ แล้ว k อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

(ข้อ 2)

1. $(-3, -1)$

2. $(-2, 0)$

3. $(-1, 1)$

4. $(0, 2)$

10(En 44/2) กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{เมื่อ } x \neq 1 \\ 2 & \text{เมื่อ } x = 1 \end{cases}$ และ $g(x) = x^3 + x - 2$

ถ้า $h(x) = f(x)g(x)$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูก (ข้อ 4)

1. h ต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 0$
2. h ต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 4$
3. h ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 0$
4. h ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = 4$

21(มข 45) กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{x^2+1} & \text{เมื่อ } x \leq 0 \\ 3 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 2 \\ \frac{x^2-x-2}{x-2} & \text{เมื่อ } x > 2 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ และ $x = 2$
2. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ และ $x = 2$
3. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ แต่ f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 2$
4. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ แต่ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ (ข้อ 4)

12(มข 48) กำหนด $f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x-5} & ; x \leq 0 \\ \frac{x^2-4x}{x^2+5x} & ; 0 < x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{1-x} & ; x > 1 \end{cases}$ ข้อใดถูก

1. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ และ $x = 1$
2. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ และ $x = 1$
3. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 0$ และเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$
4. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$ และเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ (ข้อ 2)

13(มข 44) กำหนด $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 5x - 6| & \text{เมื่อ } x > 2 \\ 10x - k & \text{เมื่อ } x \leq 2 \end{cases}$

จงหาจำนวนจริง k ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ (8.00)

14(En 45/1) ให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)a}{\sqrt{x}-2} & \text{เมื่อ } x > 4 \\ 1 & \text{เมื่อ } x = 4 \\ x^2 - b & \text{เมื่อ } x < 4 \end{cases}$

โดยที่ a, b เป็นจำนวนจริง ถ้า f ต่อเนื่องที่จุด $x = 4$ แล้ว $f(a + \frac{b}{16})$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ข้อ 2)

1. -16

2. -14

3. 14

4. 16

ความชันเส้นโค้ง

15(มข 33) ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = \frac{1-x^4}{x^3}$ ณ จุด $(1, 0)$ คือ (-4)

16(มข 48) เส้นตรงที่สัมผัสกราฟ $y = \sqrt{5-x^2}$ ที่จุด $(2, 1)$ จะตัดกราฟ $y = x^2 - 4x + 6$ ที่จุดในข้อใด

1. (2, 2)

2. (1, 3)

3. (3, 3)

4. (5, 11)

(ข้อ 2)

17(มข 46) กำหนด $f(x) = 10^{-\log(x-4)} + \frac{x}{25}$ จงหาค่า a ที่ทำให้ความชันของเส้นสัมผัสกราฟของ f ที่จุด $(a, f(a))$ เท่ากับ $-\frac{24}{25}$ (5)

18(มข 43) จงหาจำนวนจริง k ที่ทำให้เส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-1, 12)$ สัมผัสกราฟของ

$$f(x) = k(x-2)^2 \text{ ที่จุด } (1, k) \quad (2.4)$$

19(มข 41) กำหนดให้ $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ และ $g'(1) = -4$ จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง

$$y = f(x) \text{ ที่จุด } (1, 4) \quad (y = 4)$$

20(มข 39) ถ้าเส้นตรง $x - y = 2$ สัมผัสกราฟ $y = f(x)$ ที่ $x = 3$ และ $F(x) = x^2 \cdot f(x)$

จงหา $F'(3)$ (15)

21(มข 45) ถ้าเส้นตรง $x - 2y + 9 = 0$ สัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $(1, 5)$ และ

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot f(x) \text{ แล้ว จงหา } g'(1) \quad (3)$$

จุดต่ำสุด จุดสูงสุด

22. จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดสูงสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน $y = -x^2 + 4x - 10$ $[-6, (2, -6)]$

23(มข 39) ให้ $H(t)$ เป็นความสูงของต้นไม้ (หน่วยเป็นนิ้ว) หลังจากที่ถูกปลูกได้ t สัปดาห์ ซึ่งกำหนดโดย $H(t) = 10\sqrt{t} - 2t$ เมื่อ $0 \leq t \leq 20$ จงหาว่าต้นไม้ต้นนี้จะสูงที่สุดได้กี่นิ้ว (12.5 นิ้ว)

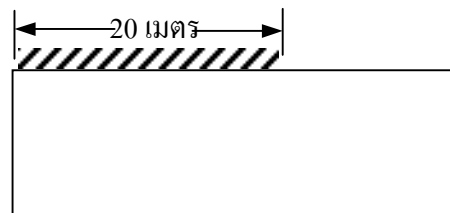
24(มข 42) กำหนด $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{19}{6}$ จงหาผลบวกของค่าสูงสุดสัมพัทธ์กับค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f (8.5)

25(มข 46) กำหนดให้ m คือ ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $f(x) = |x - 6| + 5$ และ M คือค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ ฟังก์ชัน $g(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + 4$ จงหาค่าของ $m + M$ (9)

26(มข 45) กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 3x + k$ เมื่อ $k \in \mathbb{R}$ ถ้าค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f เท่ากับ 5 แล้ว จงหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f (9)

27(มข 41) ให้ f เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย $f(x) = Ax - \frac{B}{x^2}$ จงหาจำนวนจริง A และ B ที่ทำให้จุด $(-1, 3)$ เป็นจุดยอดของ f ($A = -2, B = -1$)

28(มข 47) มีวัสดุยาว 80 เมตร ถ้าต้องการล้อมคอกสัตว์เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยล้อมต่อจากกำแพงที่ยาว 20 เมตร (ดังรูป) จงหาพื้นที่มากที่สุดของคอกสัตว์ที่ล้อมได้ว่าเป็นกี่ตารางเมตร (625 ตารางเมตร)



30(มข 40) กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวก โดยที่ $a + b + c = 180$ และอัตราส่วนของ $a + b$ ต่อ c เท่ากับ 1 ต่อ 2 จงหาค่า b ที่ทำให้ผลคูณ abc มีค่ามากที่สุด (30)

การอินทิเกรต

31. จงหาสมการเส้นโค้ง $y = f(x)$ เมื่อความชันของเส้นตรงสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใดๆ ที่เส้นโค้งผ่านดังนี้ $\frac{dy}{dx} = 2x^3 + 4x$ และเส้นโค้งผ่านจุด $(0, 5)$ ($y = \frac{x^4}{2} + 2x^2 + 5$)

32. ถ้า $f'(x) = 4x^3 + 2x$ และ $f(0) = 2$ จงหา $f(x)$ ($x^4 + x^2 + 2$)

33(มข 40) ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ณ จุด (x, y) ใด ๆ เป็น $2x - 6$ และความชันของเส้นโค้งนี้ที่จุด $(0, -6)$ เท่ากับ 8 แล้ว $f(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -2 2. 0 3. $\frac{2}{3}$ 4. $\frac{14}{3}$ (ข้อ 3)

34. จงหาค่า $\int_1^4 3x^2 dx$ (63)

35(มข 46) กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^{2k} & \text{ถ้า } x \leq 2 \\ (\sqrt{8} - 1)x^k + \sqrt{8} & \text{ถ้า } x > 2 \end{cases}$

ถ้า k เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 2$ จงหาค่าของ $\int_0^2 f(x) dx$ (4)

36(มข 47) กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง โดยที่

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & 0 \leq x < 1 \\ ax^2, & 1 \leq x < 2 \\ 12, & 2 \leq x \end{cases} \quad \text{และ} \quad g(x) = bx^3 + x$$

จงหาค่าของ $a + b$ ที่ทำให้ $\int_1^a f(x) dx = g'(1)$ (9)

37(มข 49) กำหนดให้ $f(x) = A(x-2)^3 + B$ จงหาค่า B ที่ทำให้ $f'(1) = 2$ และ

$$\int_0^1 f(x) dx = 1 \quad (3.50)$$

38(มข 44) ให้ $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ เมื่อ $A, B, C \in \mathbb{R}$ ถ้า f สอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

$$f'(1) = -2, \quad f''(2) = 2 \quad \text{และ} \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{3} \quad \text{แล้วค่าของ } |A - B + C| \text{ คือข้อใด}$$

1. 1 2. 3 3. 9 4. 11 (ข้อ 3)

39(มข 44) ถ้า $F(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2) dt$, $x \in [-3, 2]$ แล้วค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน F

คืออะไร

1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{7}{6}$ 3. $\frac{3}{2}$ 4. $\frac{10}{3}$ (ข้อ 4)

40(มข 49) กำหนดให้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & , \quad 0 \leq x \leq 2, x \neq 1 \\ 5 & , \quad x = 1 \\ 3 + \sqrt{1-(x-3)^2} & , \quad 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

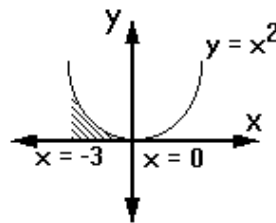
โดยใช้กราฟของฟังก์ชัน พิจารณาว่าข้อใดผิด

1. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$
2. f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = 1$
3. $f'(3) = -1$
4. $\int_2^4 f(x) dx = 6 + \frac{\pi}{2}$ (ข้อ 3)

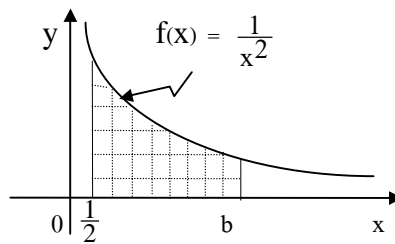
การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง

41. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งในรูปภาพ

(9)

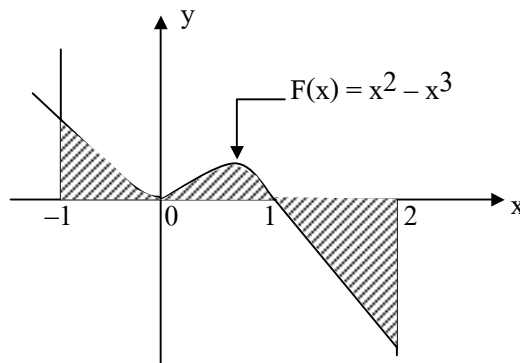


42(มข 39) กำหนดให้พื้นที่ส่วนที่แรเงาในรูปเท่ากับ $\frac{7}{4}$ ตารางหน่วย จงหาค่า b (4)



43(มข 48) จงหาพื้นที่ของบริเวณที่แรเงา

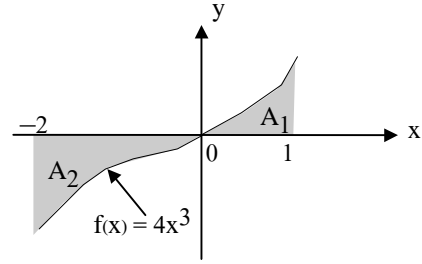
ในรูปที่กำหนดให้ (25/12)



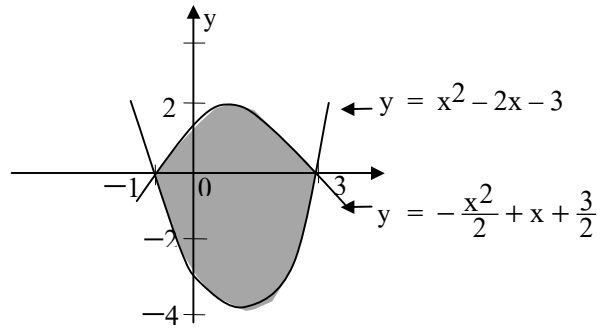
44(มข 43) ถ้า A_1 และ A_2 แทนพื้นที่ของบริเวณ

แรเงาในรูปแล้ว $\int_{-2}^1 4x^3 dx$ เท่ากับค่าในข้อใด

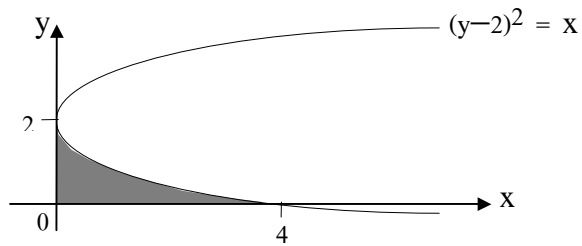
1. $A_1 + A_2$
2. $A_1 - A_2$
3. $-A_1 + A_2$
4. $-A_1 - A_2$ (ข้อ 2)



45. จงหาพื้นที่ของบริเวณส่วนที่แรเงาในรูปต่อไปนี้อย่างไร (16)



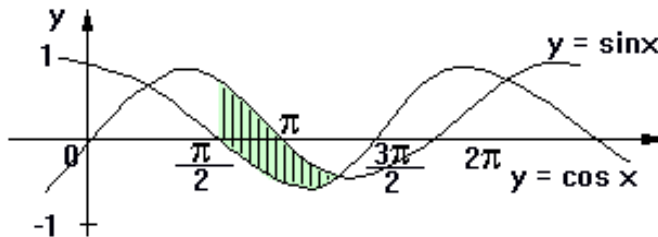
46(มข 41) จงหาพื้นที่ของบริเวณส่วนที่แรเงาในรูปต่อไปนี้อย่างไร (8/3)



47(มข 40) พื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยวงรี $\frac{(x-3)^2}{4} + y^2 = 1$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $2 \int_3^5 \sqrt{-x^2 + 6x - 5} dx$
2. $2 \int_3^5 \sqrt{x^2 - 6x + 5} dx$
3. $4 \int_3^5 \sqrt{-x^2 + 6x - 5} dx$
4. $4 \int_3^5 \sqrt{x^2 - 6x + 5} dx$ (ข้อ 1)

48(มข 44) พื้นที่ของบริเวณที่แรเงาคือข้อใด



$$1. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \sin x dx$$

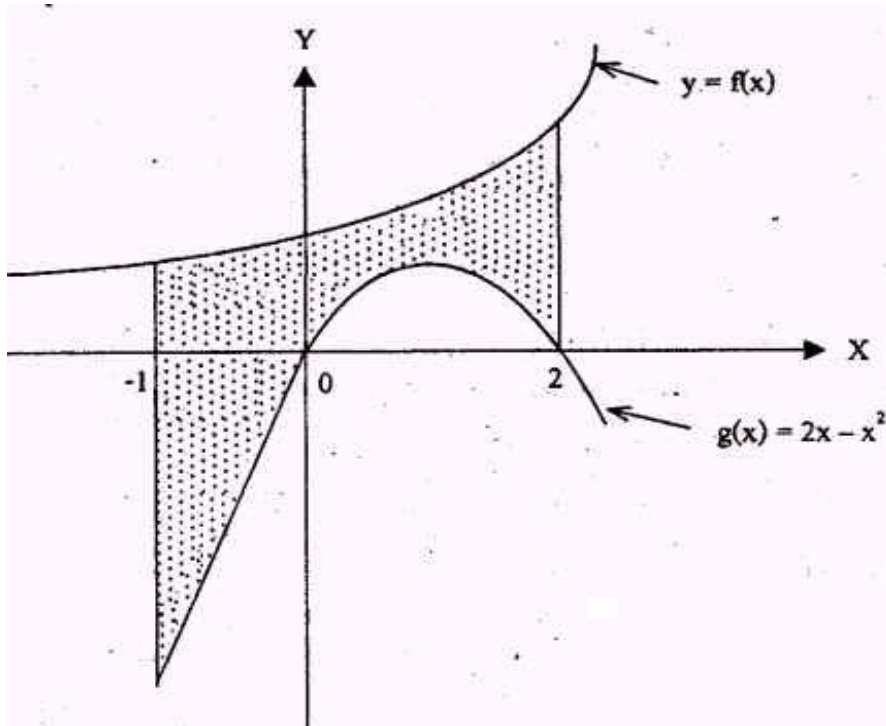
$$2. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \sin x dx$$

$$3. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \sin x dx$$

$$4. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} \sin x dx$$

(ข้อ 2)

49(มข 43) จากรูป ถ้าพื้นที่ของบริเวณที่แรเงา เท่ากับ 6 ตารางหน่วย แล้ว $\int_{-1}^2 f(x) dx$



เท่ากับข้อใด

1. 10

2. 6

3. $\frac{22}{3}$

4. $\frac{19}{3}$

(ข้อ 2)

