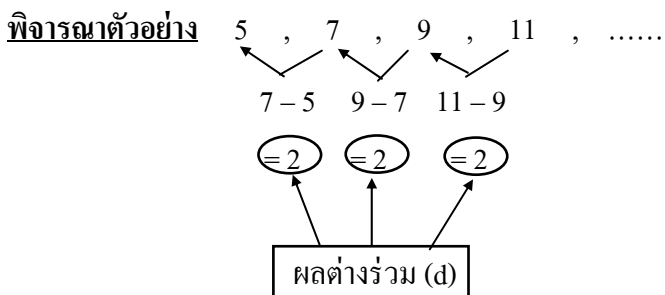


บทที่ 7 เรื่อง ลำดับและอนุกรม

1. ลำดับ

1.1 ลำดับเลขคณิต

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับซึ่งเมื่อนำพจน์ขวามือลบออกด้วยพจน์ซ้ายมือที่อยู่ติดกันแล้ว จะได้ผลลบบมีค่าคงที่เสมอ ค่าคงที่ที่ได้จากการลบนี้จะเรียกว่า “ผลต่างร่วม (d)”



เราสามารถหา พจน์ทั่วไป (a_n) ได้จากสมการ

$$a_n = a_1 + (n - 1) d$$

เมื่อ a_1 = พจน์ที่ 1 ของลำดับ n = ลำดับที่ของพจน์ที่จะหา d = ผลต่างร่วม

หรือ
$$a_n = a_m + k d$$

เมื่อ $n = m + k$

1. จงหาพจน์ที่ 21 ของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

2 , 6 , 10 , 14 ,

วิธีทำ

2(แนว O-Net) พจน์ที่ 21 ของลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{20}$, $-\frac{1}{30}$, $-\frac{1}{60}$, ... เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{5}{12}$ 2. $\frac{13}{30}$ 3. $\frac{9}{20}$ 4. $\frac{17}{60}$

วิธีทำ

3. กำหนดพจน์ที่ 4 และพจน์ที่ 7 ของลำดับเลขคณิตเท่ากับ 18 และ 36 ตามลำดับ จงหาผลต่างร่วม

วิธีทำ

- 4(แนว O-Net) ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_{20} - a_{10} = 30$ แล้ว ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1.25

2. 1.5

3. 1.75

4. 3.0

วิธีทำ

- 5(แนว O-Net) ถ้าผลบวก และ ผลคูณของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี d เป็นผลต่างร่วมเท่ากับ 15 และ 80 ตามลำดับ แล้ว d ที่มีค่ามากกว่า 0 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1

2. 3

3. 9

4. 16

วิธีทำ

6(แนว O-Net) ลำดับเลขคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีบางพจน์เท่ากับ 20

1. $a_n = 1 - 2n$

2. $a_n = 1 + 2n$

3. $a_n = 2 - 2n$

4. $a_n = 2 + 2n$

วิธีทำ

1.2 ลำดับเรขาคณิต

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับซึ่งเมื่อนำพจน์ข้างมาหารด้วยพจน์ข้างมือที่อยู่ติดกันแล้ว จะได้ผลหารมีค่าคงที่เสมอ และค่าคงที่ที่ได้จากการหารนี้จะเรียกว่า “อัตราส่วนร่วม (r)”

พิจารณาตัวอย่าง

$$2, 4, 8, 16, \dots$$

$$\begin{array}{ccc} & \swarrow & \searrow \\ 4 & \div 2 & 8 \\ & \swarrow & \searrow \\ 8 & \div 4 & 16 \\ & \swarrow & \searrow \\ & \div 2 & \end{array}$$

= 2

= 2

= 2

อัตราส่วนร่วม (r)

เราสามารถหา พจน์ทั่วไป (a_n) ได้จากสมการ

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

เมื่อ a_1 = พจน์ที่ 1 ของลำดับ , n = ลำดับที่ของพจน์ที่จะหา , r = อัตราส่วนร่วม

หรือ

$$a_n = a_m \cdot r^k$$

เมื่อ $n = m + k$

7(แนว O-Net) ลำดับเรขาคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีอัตราส่วนร่วมน้อยกว่า 0.5

1. $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \dots$

2. $2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$

3. $4, 3, \frac{9}{4}, \dots$

4. $5, 4, \frac{16}{5}, \dots$

วิธีทำ

8(แนว O-Net) กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2$ และ $a_3 = 50$

ถ้า a_2 คือ ค่าในข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้แล้ว ข้อดังกล่าวคือข้อใด

1. -10

2. -50

3. 60

4. 100

วิธีทำ

9(แนว O-Net) พจน์ที่ 14 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{625}, \frac{1}{125\sqrt{5}}, \frac{1}{125}, \dots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $25\sqrt{5}$

2. 125

3. $125\sqrt{5}$

4. 625

วิธีทำ

10(แนว O-Net) ลำดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับเรขาคณิต

1. $a_n = 2^n \cdot 3^{2n}$

2. $a_n = 2^{n+4}$

3. $a_n = 2^{n^2}$

4. $a_n = (3n)^n$

วิธีทำ

2. อนุกรมจำกัด

อนุกรม (S) คือ ผลบวกของสมาชิกของลำดับ

$$\left. \begin{aligned} \text{เช่น} \quad S_5 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \\ S_4 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \\ S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ S_2 &= a_1 + a_2 \\ S_1 &= a_1 \end{aligned} \right\} \text{อนุกรมจำกัด}$$

$$S_\infty = S_0 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots \left. \right\} \text{อนุกรมอนันต์}$$

2.1 อนุกรมจำกัดเลขคณิต

อนุกรมจำกัดเลขคณิต คือ อนุกรมที่เกิดจากลำดับเลขคณิตจำกัด

เราสามารถหาผลบวกได้โดยอาศัยสมการ

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] \quad \text{หรือ} \quad S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

เมื่อ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรก n คือ จำนวนพจน์ที่บวก

d คือ ผลต่างร่วม a_1 คือ พจน์แรก a_n คือ พจน์สุดท้าย

11. ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต $-3 + 2 + 7 + 12 + \dots$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ

12(แนว O-Net) ค่าของ $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + 96$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 970

2. 1020

3. 1050

4. 1071

วิธีทำ

13(แนว O-Net) ถ้า a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่ง $a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 200$ แล้ว $s_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 120 2. 125 3. 250 4. 400

วิธีทำ

2.2 อนุกรมจำกัดเรขาคณิต

อนุกรมจำกัดเรขาคณิต คือ อนุกรมที่เกิดจากลำดับเรขาคณิตจำกัด

เราสามารถหาผลบวกได้โดยอาศัยสมการ

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{หรือ} \quad S_n = \frac{a_n r - a_1}{r - 1}$$

เมื่อ S_n คือ ผลบวก n พจน์แรก n คือ จำนวนพจน์ที่บวก

r คือ อัตราส่วนร่วม a_1 คือ พจน์แรก a_n คือ พจน์สุดท้าย

14(แนว O-Net) ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1 - 2 + 4 - 8 + \dots - 128$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -171 2. -85 3. 85 4. 171

วิธีทำ

15(แนว O-Net) กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 ถ้า $S_{10} - S_8 = 32$ แล้วพจน์ที่ 7 ของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{8}{3}$

2. $\frac{20}{3}$

3. $\frac{26}{3}$

4. $\frac{32}{3}$

วิธีทำ

16(แนว O-Net) ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 200 พจน์

1. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + \dots + 199$

2. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)} + \dots + \frac{1}{199}$

3. $1 + 2 + 4 + \dots + (2^{n-1}) + \dots + 2^{199}$

4. $\frac{1}{5} + \frac{1}{125} + \frac{1}{3125} + \dots + (\frac{1}{5^{2n-1}}) + \dots + \frac{1}{5^{199}}$

วิธีทำ