

ตะลุยโจทย์โควตา มข. คณิตศาสตร์
บทที่ 1 ตรรกศาสตร์ ชุดที่ 1

การเชื่อมประพจน์

1. จงสร้างตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

p	q	$P \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

2. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ ถ้าให้ A ,B เป็นจริง และ C , r , s เป็นเท็จ

1. $[(A \wedge B) \vee r] \rightarrow (A \vee s)$ 2. $[\sim r \vee (B \wedge C)] \rightarrow [(A \vee s) \vee (A \vee r)]$

3. $[\sim(A \wedge B)] \vee [s \vee C]$ 4. $[(A \vee B) \vee (r \wedge s)] \leftrightarrow [(B \rightarrow r) \wedge r]$

3(En 44/2) กำหนดให้ p , q , r เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น จริง เท็จ และ เท็จ ตามลำดับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเหมือนกับประพจน์ $(p \rightarrow \sim q) \vee (r \wedge \sim p)$

1. $(\sim r \rightarrow p) \wedge (q \vee r)$

2. $(q \wedge \sim r) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$

3. $(\sim p \vee r) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

4. $(p \rightarrow q) \vee (\sim r \leftrightarrow q)$

4(มข 38) ให้ p , q และ r เป็นประพจน์ ถ้า $(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $\sim p \vee q$

2. $p \rightarrow \sim r$

3. $p \wedge q$

4. $q \leftrightarrow \sim r$

5. ถ้า $[p \wedge (\sim q \rightarrow r)] \rightarrow (\sim s \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p, q, r และ s

6(มข 31) ถ้าประพจน์ $[p \vee (q \rightarrow r)] \rightarrow (\sim q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วค่าความจริงของประพจน์ p, q, r ตามลำดับคือ.....

7(En 45/1) ให้ p, q, r, s เป็นประพจน์ ถ้า $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow s \wedge r$ มีค่าความจริงเป็นจริง และ $\sim p \vee s$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น จริง

2. $q \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็น จริง

3. $r \rightarrow s$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

4. $s \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

8(En 44/1) กำหนดให้ p, q, r เป็นประพจน์

ถ้าประพจน์ $p \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ

$(p \vee q) \leftrightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว

พิจารณาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ก. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \sim r$

ข. $p \leftrightarrow (q \vee \sim r)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก จริง และ ข จริง

2. ก จริง และ ข เท็จ

3. ก เท็จ และ ข จริง

4. ก เท็จ และ ข เท็จ

(ข้อ 2)

สมมูล

ประพจน์ 2 ประพจน์ จะสมมูลกันได้ก็ต่อเมื่อ ค่าความจริงของ 2 ประพจน์นั้น ตรงกันทุกกรณี

ประพจน์แต่ละคู่ต่อไปนี้สมมูลกันเสมอ

1) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

2) $p \vee q \equiv q \vee p$

3) $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$

- 4) $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
- 5) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- 6) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- 7) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- 8) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- 9) $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- 10) $\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$
- 11) $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
- 12) $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

9. จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- 1) $p \wedge q \equiv \dots\dots\dots$
- 2) $p \vee q \equiv \dots\dots\dots$
- 3) $p \wedge (q \wedge r) \equiv \dots\dots\dots$
- 4) $p \vee (q \vee r) \equiv \dots\dots\dots$
- 5) $p \wedge (q \vee r) \equiv \dots\dots\dots$
- 6) $p \vee (q \wedge r) \equiv \dots\dots\dots$
- 7) $\sim(p \wedge q) \equiv \dots\dots\dots$
- 8) $\sim(p \vee q) \equiv \dots\dots\dots$

10. จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- 1) $p \rightarrow q \equiv \dots\dots\dots$
- 2) $\sim(p \rightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$
- 3) $p \rightarrow q \equiv \dots\dots\dots$
- 4) $p \leftrightarrow q \equiv \dots\dots\dots$

11. จงพิสูจน์ว่า ประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกัน

1. $p \rightarrow \sim q \equiv \sim q \vee \sim p$
2. $\sim(a \rightarrow \sim b) \equiv a \wedge b$

$$3. \quad \sim(\sim x \rightarrow y) \equiv \sim y \wedge \sim x$$

$$4. \quad (p \wedge q) \rightarrow r \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r$$

$$5. \quad (p \vee q) \rightarrow (x \wedge y) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (x \wedge y)$$

$$6. \quad (\sim a \vee \sim b) \rightarrow (c \wedge d) \equiv (c \wedge d) \vee (a \wedge b)$$

12(En 40) ถ้า p และ q เป็นประพจน์แล้ว ประพจน์ $p \rightarrow \sim(q \rightarrow p)$ สมมูลกับ
ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad \sim p \vee (\sim p \wedge q)$$

$$2. \quad \sim p \vee (p \vee q)$$

$$3. \quad p \rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$4. \quad p \rightarrow \sim(p \wedge q)$$

13(En 35) ประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ $p \leftrightarrow q$ คือ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad (p \rightarrow q) \wedge (q \wedge \sim p)$$

$$2. \quad (\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \vee p)$$

$$3. \quad (p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$4. \quad (p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$$

14(En 37) ประพจน์ใดต่อไปนี้สมมูลกับประพจน์ $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

$$1. \quad (p \wedge q) \vee \sim r$$

$$2. \quad (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$3. \quad \sim(p \vee q) \vee r$$

$$4. \quad \sim(p \vee q) \rightarrow r$$

$$13) \quad p \wedge p \equiv p$$

$$14) \quad p \vee p \equiv p$$

15(En 41/2) ประพจน์ $\sim p \rightarrow (q \rightarrow (r \vee p))$ สมมูลกับ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

$$1. \quad (\sim p) \vee q \vee r$$

$$2. \quad p \vee (\sim q) \vee r$$

$$3. \quad p \vee q \vee (\sim r)$$

$$4. \quad p \vee (\sim q) \vee (\sim r)$$

16(A-NET 49) ให้ p, q, r เป็นประพจน์

ถ้าประพจน์ $p \rightarrow (q \vee r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

และ $p \vee (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้ว ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$1. \quad \sim q \vee (p \rightarrow r)$$

$$2. \quad \sim p \rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$3. \quad (p \vee r) \rightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$$

$$4. \quad [(\sim q) \vee (\sim r)] \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$$

สัจนิรันดร์

สัจนิรันดร์ คือ ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ ไม่มีทางเป็นเท็จ
วิธีการตรวจสอบว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ (สำหรับโจทย์ทั่วไป)

ขั้นที่ 1 ให้สมมติค่าความจริงของประพจน์รวม เป็นเท็จ

ขั้นที่ 2 ย้อนขึ้นไปหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย ๆ

ขั้นที่ 3 หาค่าความจริงของประพจน์ย่อย

หากมีความขัดแย้งทุกกรณี จะสรุปว่าประพจน์รวมนั้นเป็นสัจนิรันดร์

หากไม่ขัดแย้งแม้กรณีเดียว จะสรุปว่าประพจน์รวมนั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์

17. จงหาว่าประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

18. ประพจน์ต่อไปนี้ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

19. จงหาว่าประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$$

20(มข 41) ประพจน์ใดต่อไปนี้ มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

$$1. (p \wedge \sim q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$2. [[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge q] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$3. [p \wedge (q \vee \sim p)] \wedge [(\sim p) \vee (\sim q)]$$

$$4. [p \rightarrow (q \wedge r)] \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$$

21. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

22. ประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

การอ้างเหตุผล

การอ้างเหตุผล คือ การใช้เหตุการณ์ซึ่งสมมติว่าจะเกิดขึ้นจริง มาอ้างถึงผลที่เกิดตามมา
ขั้นตอนการตรวจสอบว่า การอ้างเหตุผลนั้น ๆ สมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นที่ 1 สมมติให้เหตุทุกเหตุเป็นจริง และผลเป็นเท็จ

ขั้นที่ 2 ย้อนขึ้นไปหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย ๆ

ขั้นที่ 3 หากค่าความจริงของประพจน์ย่อย

มีความขัดแย้ง จะสรุปได้ว่า เป็นการอ้างแบบสมเหตุสมผล
หากไม่มีความขัดแย้ง จะสรุปได้ว่า เป็นการอ้างแบบไม่สมเหตุสมผล

23(En 42/2) พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก. เหตุ 1. $p \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$

2. q

3. r

ผล p

ข. เหตุ 1. $(p \wedge q) \rightarrow r$

2. $\sim (r \vee s)$

3. p

ผล $\sim q$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. และ ข. สมเหตุสมผล

2. ก. สมเหตุสมผล ข. ไม่สมเหตุสมผล

3. ก. ไม่สมเหตุสมผล ข. สมเหตุสมผล

4. ก. และ ข. ไม่สมเหตุสมผล

24(En 46/2) พิจารณาการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

ก. เหตุ

1. $p \wedge q$

2. $(q \vee r) \rightarrow (s \wedge p)$

3. $p \rightarrow \sim r$

ผล $s \wedge \sim r$

ข. เหตุ

1. $P(x) \rightarrow \sim Q(x)$

2. $Q(x) \vee R(x)$

ผล $P(x) \rightarrow R(x)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก และ ข สมเหตุสมผลทั้งคู่

2. ก สมเหตุสมผล แต่ ข ไม่สมเหตุสมผล

3. ก ไม่สมเหตุสมผล แต่ ข สมเหตุสมผล

4. ก และ ข ไม่สมเหตุสมผลทั้งคู่

25. จงหาว่าข้อสรุปในแต่ละข้อต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

(1) เหตุ 1. 7 เป็นจำนวนเฉพาะ หรือ 6 เป็นจำนวนเฉพาะ

2. 7 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ผล 6 ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

(2) เหตุ 1. ถ้า ก สร้างบ้านหลังใหม่เสร็จ แล้ว ครอบครัวของ ก จะย้ายมาอยู่ด้วย

2. ถ้าครอบครัวของ ก. ย้ายมาอยู่ด้วย แล้ว ก จะได้ดูแลพ่อแม่ที่ชราแล้ว

ผล ถ้า ก สร้างบ้านหลังใหม่เสร็จ ก จะได้ดูแลพ่อแม่ที่ชราแล้ว

ประโยคเปิด

ประโยคเปิด คือ ประโยคที่มีตัวแปรอยู่ข้างใน เช่น $x + 5 = 9$

โดยถ้าฟังประโยคเปิดอย่างเดียว จะบอกไม่ได้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ แต่หากมีวลีบ่งปริมาณ จะทำให้ช่วยบอกค่าความจริงของประโยคนั้นได้

วลีบ่งปริมาณที่นิยมใช้ มี 2 ตัว คือ

- 1) $\exists x$ อ่านว่า สำหรับ x บางตัว 2) $\forall x$ อ่านว่า สำหรับ x บางตัว

หากมีเอกภพสัมพัทธ์เข้ามาเกี่ยวข้อง การพิจารณาค่าความจริง ต้องพิจารณาเฉพาะภายใต้ขอบเขตของเอกภพสัมพัทธ์เท่านั้น

26(มข 51) ให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง ข้อใดที่ค่าความจริงเป็นจริง

1. $\exists x [(x^2 < 4) \Rightarrow (x < -2)]$
2. $\exists x [(x > 0) \wedge (\frac{x}{x-1} < 1)]$
3. $\forall x \forall y [(x < y) \Rightarrow (\sqrt{x^2} < \sqrt{y^2})]$
4. $\forall x \forall y (\sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt{xy})$

นิเสธของตัวบ่งปริมาณ

นิเสธของ	คือ
$\forall x$	$\exists x$
$P(x)$	$\sim P(x)$
$>$	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq

27. จงหานิเสธของประโยคต่อไปนี้

$$\exists x \forall y [(xy < 0) \vee (x < 0 \wedge y < 0)]$$

28(มข 42) กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริงบวก

นิเสธของ $\forall z \exists m \forall x [(x > m) \rightarrow (\frac{1}{x} < z)]$ คือประพจน์ในข้อใด

1. $\forall z \exists m \forall x [(x \leq m) \vee (\frac{1}{x} < z)]$
2. $\exists z \forall m \exists x [(x > m) \wedge (\frac{1}{x} \geq z)]$
3. $\forall z \exists m \forall x [(x \leq m) \rightarrow (\frac{1}{x} \geq z)]$
4. $\exists z \forall m \exists x [(x > m) \rightarrow (\frac{1}{x} < z)]$

29(มข 48) นิเสธของประโยคสัญลักษณ์ $\exists x \forall y [|x| < |y| \rightarrow x+y > 0]$ คือข้อใด

1. $\forall x \exists y [x+y \leq 0 \rightarrow |x| \geq |y|]$
2. $\forall x \exists y [|x| \geq |y| \rightarrow x+y \leq 0]$
3. $\forall x \exists y [|x| < |y| \wedge x+y \leq 0]$
4. $\forall x \exists y [|x| \geq |y| \wedge x+y > 0]$

30(มข 47) พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าให้ประพจน์ p เป็นจริง q เป็นเท็จ แล้ว

$$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow \sim p \quad \text{มีค่าความจริงเป็นจริง}$$

ข. นิเสธของประพจน์ $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \wedge \exists x [R(x)]$ คือ

$$\exists x [\sim P(x) \rightarrow \sim Q(x)] \vee \forall x [\sim R(x)]$$

ข้อใดถูก

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1. ก และ ข ถูก | 2. ก ถูก และ ข ผิด |
| 3. ก ผิด และ ข ถูก | 4. ก และ ข ผิด |

31(En48/1) พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าเอกพจน์สัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนเต็ม แล้ว

$$\text{ข้อความ } \exists m \exists n [5m + 7n = 1] \quad \text{มีค่าความจริงเป็นจริง}$$

ข. นิเสธของข้อความ $\forall x \exists y [(x^2 - 2x \geq y - 2) \wedge (y \geq \sin x)]$

$$\text{คือ } \exists x \forall y [(x^2 - 2x < y - 2) \vee (y < \sin x)]$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. ก. ถูก และ ข. ถูก | 2. ก. ถูก และ ข. ผิด |
| 3. ก. ผิด และ ข. ถูก | 4. ก. ผิด และ ข. ผิด |

